

**1**

证明收敛列有界且极限唯一。

**2**

证明以下三条命题等价：

- $A$  是闭集；
- $\bar{A} = A$ ；
- 若  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$  收敛于  $x_0$ ，则  $x_0 \in A$ 。

**3**

证明  $C[0, 1]$  可分。

**4**

证明：映射  $T : X \rightarrow Y$  连续当且仅当任意开集  $U \subset Y$ ，都有  $T^{-1}U$  是  $X$  中开集。

**5**

证明：映射  $T$  在  $x_0$  连续当且仅当任取  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset X$ ，都有

$$x_n \rightarrow x_0 \implies Tx_n \rightarrow Tx_0$$

**6**

证明离散度量空间完备。